



**Premios extraordinarios de Bachillerato  
Matemáticas II**

1. Dados los vectores  $v_1 = (1, 1, 0, a)$ ,  $v_2 = (3, -1, b, -1)$ ,  $v_3 = (-3, 5, a, -4)$  de  $\mathbb{R}^4$ ,
  - a) Determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que sean linealmente dependientes. **(1,5 puntos)**
  - b) Hallar la relación de dependencia. **(1 punto)**
  
2. Dadas la recta  $r: \begin{cases} 2x - 4z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$  y  $s: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{a} = \frac{z-1/2}{1}$ 
  - a) Determine la posición relativa de dichas rectas, según los diferentes valores de  $a$  **(1,5 puntos)**
  - b) Si  $a = 2$ , determine el ángulo que forman  $r$  y  $s$  **(1 punto)**
  
3. Se desea construir una ventana con forma de rectángulo coronado de un semicírculo de diámetro igual a la base del rectángulo. Pondremos cristal blanco en la parte rectangular y cristal de color en el semicírculo. Sabiendo que el cristal coloreado deja pasar la mitad de luz (por unidad de superficie) que el blanco, calcular las dimensiones de la ventana para conseguir la máxima luminosidad si se ha de tener un perímetro de 12 m. **(2,5 puntos)**
  
4. Calcular el área del recinto limitado por la función  $y = xe^x$  el eje OX y la recta paralela al eje OY que pasa por el punto donde la curva tiene su mínimo relativo. **(2,5 puntos)**

**Criterios de evaluación:**

- Se valorará el orden en el desarrollo de los procedimientos, la justificación de los mismos y la precisión de las soluciones.
- Los errores en alguno de los apartados no condicionarán la puntuación del otro, salvo que simplifiquen excesivamente el problema o que la aceptación de los mismos denote una falta de valoración de resultados o desconocimiento de contenidos básicos

**Criterios de calificación:**

- La máxima puntuación en cada uno de los ejercicios se obtendrá cuando éste haya sido resuelto razonadamente.
- Todos los ejercicios tienen el mismo valor. La puntuación de cada apartado se indica entre paréntesis en cada enunciado
- La puntuación de cada apartado se indica entre paréntesis en cada enunciado