MATEMÁTICAS II

1. Considere el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} -x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 4y & + & az & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 1 \\ x & + & ay & + & 2z & = & 1 \end{array}\right\}$$

   a) ¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea incompatible? En caso afirmativo, indique cuáles.
   b) ¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea compatible indeterminado? En caso afirmativo, indique cuáles.

   (2 puntos)

2. Considere la recta la recta y el plano siguientes:

   $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-5} = \dfrac{z+3}{4}$ y $\pi: 2x+4y+4z=5$

   a) Justifique por qué la recta r y el plano π son paralelos.
   b) Calcule la distancia entre el plano π y la recta r.
   c) Calcule la ecuación implícita del plano π' que es perpendicular a π y contiene a r.

   (2 puntos)

3. Determinar b y c para que $f(x) = \begin{cases} x^3 & si \quad x \leq 2 \\ -x^2+bx+c & si \quad x > 2 \end{cases}$ sea derivable en todos los puntos de $\mathbb{R}$. Calcular la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa 1.

   (2 puntos)

4. Un alambre de 100 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Halla la longitud de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima. (2 puntos)

5. Determine b sabiendo que b > 0 y que el área de la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = bx$ es igual a 9/2. (2 puntos)

MATEMÁTICAS II

1. Discutir el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo para m = 1.

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} (m+2)x & + & (m-1)y & - & z & = & 3 \\ mx & - & y & + & z & = & 2 \\ x & + & my & - & z & = & 0 \end{array}\right\}$$

(2 puntos)

2. Demostrar que las rectas

$$r \equiv x = y = z \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$

se cruzan. Hallar los puntos *A* y *B*, de *r* y *s*, respectivamente, que están a la mínima distancia.

(2 puntos)

3. Dada la curva $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, se pide:
   a) Dominio de definición de la función y puntos de corte con los ejes.
   b) Asíntotas.
   c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
   d) Una representación aproximada de la misma. (2 puntos)

4. Una caja con tapa y base cuadrada debe tener un volumen de 160 cm^3. El precio del material utilizado para la base es de 3 euros por centímetro cuadrado, y el utilizado para los lados y la tapa es de 2 euros por centímetro cuadrado. Calcular las dimensiones de la caja para que resulte lo más económica posible. (2 puntos)

5. hacer un dibujo de la región limitada por las curvas $y = sen\, x$, $y = \cos x$ y las rectas $x = \dfrac{\pi}{4}$ y $x = \pi$. Calcular su área. (2 puntos)