



CUERPO 0590
ESPECIALIDAD 006 MATEMÁTICAS
Primera Prueba: PARTE A

INSTRUCCIONES:

Puntuación de la Parte A: 10 puntos (2 puntos cada ejercicio)

Duración máxima: 3 horas

Material: Durante la realización de la prueba el aspirante sólo podrá tener sobre la mesa DOS bolígrafos NO BORRABLES de tinta AZUL

1. Los números reales no negativos a_1, a_2, \dots, a_n cumplen las condiciones:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2n$$

$$\binom{a_1}{2} + \binom{a_2}{2} + \dots + \binom{a_n}{2} = n$$

Probar que $a_i = 2 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$

2. Calcular el valor de:

$$D = \begin{vmatrix} x-1 & x^2-1 & x^3-1 & x^4-x^3+x-1 \\ 2x-4 & x^2-4 & x^3-8 & x^4-2x^3+2x-4 \\ 3x-9 & x^2-9 & x^3-27 & x^4-3x^3+3x-9 \\ 4x-16 & x^2-16 & x^3-64 & x^4-4x^3+4x-16 \end{vmatrix}$$

-
3. ¿Qué funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que sean integrables en cualquier intervalo $[0, x]$ si $x > 0$ y $[x, 0]$ si $x < 0$ satisfacen la condición

$$xf(x) = \int_0^x f(t)dt$$

para cualquier número real distinto de 0?

4. Los puntos $A(11,13)$, $B(8,14)$, $C(3,7)$ y $D(9,1)$, situados en el plano cartesiano, están sobre los lados consecutivos de un cuadrado o sobre sus prolongaciones. Hallar la longitud del lado del cuadrado.
-

5. Tres fábricas manufacturan un producto. Sabemos que las dos primeras producen el mismo número de productos y que la tercera produce el doble de productos que las dos anteriores durante un periodo de tiempo especificado, el mismo para las tres. Sabemos también que el 4% de los productos manufacturados por la primera fábrica es defectuoso y que el 2% de lo producido por cada una de las otras dos fábricas también es defectuoso.

Si colocamos juntos todos los productos fabricados y se escoge uno al azar,

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
 - Suponiendo que elegimos un producto al azar y resulta defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la primera fábrica?
-